

Vladimír Gáll, Alexander Mészáros, Ján Tkáč

Výpočet prevádzkovej teploty polykryštalického solárneho článku

Táto práca sa zaoberá solárnymi článkami a prináša výpočet prevádzkovej teploty pre polykryštalický solárny článok, ktorý je zaťažený prúdom. Prevádzková teplota závisí od druhu materiálu použitého u polykryštalického solárneho článku a od jeho prevádzkových podmienok. Tieto výpočty boli realizované podľa viacerých rovníc. Cieľom tejto práce bolo zjednodušiť výpočet prevádzkovej teploty pre kremík ako polovodič a meď ako vodič. Výsledkom tejto práce je tiež program pre rýchly výpočet, s pomocou softvéru Matlab.

Kľúčové slová: vodič; meď; prúd; počiatočná teplota vodiča; prevádzková teplota; polykryštalický solárny článok; polovodič; kremík; teplota prostredia

This work deals with the solar cells focused on the calculation of operating temperature on the polycrystalline solar cell, which is loaded by the current. The operating temperature is determined by the types of materials used in polycrystalline solar cell and operating condition. These calculations were realised by more equations. The aim of this work was simplify of calculation of operating temperature for silicon as semiconductor and copper as conductor. Result of this work is also program for fast calculation, with using Matlab software. (**Calculation of operating temperature of the polycrystalline solar cell**)

Keywords: conductor; copper; current; initial temperature of wire; operational temperature; polycrystalline solar cell; semiconductor; silicon; temperature of environment

I. ÚVOD

Jedným z dôležitých prevádzkových problémov solárnych článkov je ich teplota. Elektrický prúd, ktorý tečie cez solárny článok vyvolá zvýšenie jeho teploty. Teplo prechádza zo solárneho článku do prostredia. Ak maximálna povrchová teplota článku je relatívne malá, podiel vyžiareného tepla žiarením je relatívne malý v porovnaní s prúdením a vedením [3] [5]. Výsledná prevádzková teplota solárneho článku je daná rovnováhou medzi vyrobeným teplom a spotrebovaným teplom na ohrev solárneho článku a teplom odvedeným do prostredia [7]. V solárnom článku sú použité dva hlavné materiály, a to kremík ako polovodič a meď ako vodič.

II. ROVNICA PRE PREVÁDZKOVÚ TEPLOTU

Ak prúd I preteká cez vodič v čase dt vytvára teplo dQ , časť tepla sa spotrebuje na ohriatie vodiča ako dQ_1 a časť tepla prechádza do prostredia dQ_2 . Ak prúd I preteká cez vodič s odporom R_0 potom v čase dt vyvinie teplo dQ definované podľa rovnice:

$$dQ = R_0 I^2 dt = R_0 I^2 (1 + \alpha_R \Delta\theta_0) dt = \frac{\rho_R l I^2}{S} (1 + \alpha_R \Delta\theta_0) dt \quad (1)$$

kde R_0 je odpor vodiča pri rozdiel od základnej teplote $\Delta\theta_0$ a l je dĺžka vodiča, ďalšie symboly použité v rovniciach sú vysvetlené v tabuľke 1. Časť tepla dQ_1 sa spotrebuje na ohriatie vodiča a jeho teplota sa zmení o $d(\Delta\theta)$.

$$dQ_1 = m c d(\Delta\theta) = V \rho_m c d(\Delta\theta) = S l \rho_m c d(\Delta\theta) \quad (2)$$

kde m je hmotnosť a V je objem vodiča. Časť tepla dQ_2 prechádza do prostredia v čase dt :

$$dQ_2 = \lambda S_p \Delta\theta dt = \lambda o l \Delta\theta dt \quad (3)$$

kde S_p je obsah plášťa. Rovnováhu tepelných energií definujeme podľa diferenciálnej rovnice:

$$dQ = dQ_1 + dQ_2 \quad (4)$$

Po dosadení predchádzajúcich vzťahov (1), (2), (3) do rovnice (4) dostaneme novú diferenciálnu rovnicu

$$\frac{\rho_R I^2 l}{S} (1 + \alpha_R \Delta\theta_0) dt = S \rho_m c l d(\Delta\theta) + \lambda o l \Delta\theta dt \quad (5)$$

$$\frac{\rho_R I^2}{S} (1 + \alpha_R (\Delta\theta + \Delta\theta_w)) dt = S \rho_m c d(\Delta\theta) + \lambda o \Delta\theta dt \quad (6)$$

z ktorej možno vyjadriť dt ako:

$$dt = \frac{S \rho_m c d(\Delta\theta)}{\frac{\rho_R I^2 (1 + \alpha_R \Delta\theta_w)}{S} - \Delta\theta \left(\lambda o - \frac{\rho_R I^2 \alpha_R}{S} \right)} \quad (7)$$

z čoho po úprave bude

$$dt = \frac{\frac{S \rho_m c d(\Delta\theta)}{\lambda o - \frac{\rho_R I^2 \alpha_R}{S}}}{\frac{\rho_R I^2 (1 + \alpha_R \Delta\theta_w)}{S} - \Delta\theta} \quad (8)$$

Túto diferenciálnu rovnicu (8) možno zjednodušiť zavedením nasledovných substitúcií:

$$A = S \rho_m c \quad (9)$$

$$B = \frac{\rho_R I^2 (1 + \alpha_R \Delta\theta_w)}{S} \quad (10)$$

$$D = \lambda_0 - \frac{\rho_R I^2 \alpha_R}{S}$$

potom dostaneme nasledujúcu diferenciálnu rovnicu:

$$dt = \frac{\frac{A}{D} d(\Delta\vartheta)}{\frac{B}{D} - \Delta\vartheta}$$

po ďalšej substitúcii v tvare

$$Z = \frac{B}{D} - \Delta\vartheta$$

$$dZ = -d(\Delta\vartheta)$$

dostaneme

$$dt = -\frac{\frac{A}{D} dZ}{Z}$$

Pomocou tejto substitúcie môžeme vyriešiť integrál.

$$\begin{aligned} t &= \int_0^t 1 dt = -\frac{A}{D} \int_{\Delta\vartheta_E}^{\Delta\vartheta_P} \frac{dZ}{Z} = -\frac{A}{D} \left[\ln Z \right]_{\Delta\vartheta_E}^{\Delta\vartheta_P} = -\frac{A}{D} \left[\ln \left(\frac{B}{D} - \Delta\vartheta \right) \right]_{\Delta\vartheta_E}^{\Delta\vartheta_P} = \\ &= -\frac{A}{D} \left(\ln \left(\frac{B}{D} - \Delta\vartheta_P \right) - \ln \left(\frac{B}{D} - \Delta\vartheta_E \right) \right) = -\frac{A}{D} \left(\ln \left(\frac{\frac{B}{D} - \Delta\vartheta_P}{\frac{B}{D} - \Delta\vartheta_E} \right) \right) = \\ &= -\frac{A}{D} \left(\ln \left(\frac{\frac{B-D\Delta\vartheta_P}{D}}{\frac{B-D\Delta\vartheta_E}{D}} \right) \right) = -\frac{A}{D} \left(\ln \left(\frac{B-D\Delta\vartheta_P}{B-D\Delta\vartheta_E} \right) \right) \\ t &= -\frac{A}{D} \left(\ln \left(\frac{B-D\Delta\vartheta_P}{B-D\Delta\vartheta_E} \right) \right) \end{aligned}$$

kde

$$\Delta\vartheta_P = \vartheta_P - \vartheta_E \quad (18)$$

- je zmena prevádzkovej teploty vodiča $\Delta\vartheta_P$, je rozdiel medzi prevádzkovou teplotou vodiča ϑ_P a teplotou okolia ϑ_E .

$$\Delta\vartheta_E = \vartheta_W - \vartheta_E \quad (19)$$

- je počiatočná zmena teploty $\Delta\vartheta_E$, je rozdiel medzi počiatočnou teplotou vodiča ϑ_W a teplotou okolia ϑ_E .

$$\Delta\vartheta_W = \vartheta_W - \vartheta_0 \quad (20)$$

- je počiatočná zmena teploty vodiča $\Delta\vartheta_W$, je rozdiel medzi počiatočnou teplotou vodiča ϑ_W a základnou teplotou ϑ_0 . Základnú teplotu ϑ_0 môžeme nájsť vo fyzikálnych tabuľkách.

$$\Delta\vartheta = \vartheta_P - \vartheta_W \quad (21)$$

- je zmena teploty vodiča v prevádzke $\Delta\vartheta$ je rozdiel medzi prevádzkovou teplotou vodiča ϑ_P a počiatočnou teplotou vodiča ϑ_W . V ďalšom kroku rovnicu (17) prepíšeme do nasledujúceho tvaru:

$$t \left(-\frac{D}{A} \right) = \ln \left(\frac{B-D\Delta\vartheta_P}{B-D\Delta\vartheta_E} \right) \quad (22)$$

z ktorého logaritmus môže byť odstránený, potom rovnicu prepíšeme do exponenciálnej formy:

$$e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{B-D\Delta\vartheta_P}{B-D\Delta\vartheta_E} \quad (23)$$

V ďalších krokoch, rovnicu (23) možno vyjadriť nasledujúci tvar:

$$\Delta\vartheta_P = \frac{B}{D} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + \Delta\vartheta_E e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (24)$$

$$\Delta\vartheta_P = \frac{\rho_R I^2 (1 + \alpha_R \Delta\vartheta_W)}{S} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + \Delta\vartheta_E e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (25)$$

Počiatočná otepľovacia konštanta τ je definovaná podľa rovnice:

$$\tau = \frac{A}{D} = \frac{S \rho_m c}{\lambda_0 - \frac{\rho_R I^2 \alpha_R}{S}} \quad (26)$$

Po jej dosadení možno rovnicu (25) prepísať do tvaru

$$\Delta\vartheta_P = \frac{\rho_R I^2 (1 + \alpha_R \Delta\vartheta_W)}{S} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + \Delta\vartheta_E e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (27)$$

Pre supravodivé podmienky odpor je definovaný ako $R_0 = 0 \Omega$. Pre supravodivú a fiktívnu teplotu platí $-\vartheta_S = \vartheta_f$ a pre tento predpoklad teplotný súčiniteľ odporu α_R je definovaný nasledujúcimi rovnicami:

$$R_0 = R_0 (1 + \alpha_R \Delta\vartheta_S) \quad (28)$$

$$R_0 (1 + \alpha_R \Delta\vartheta_S) = 0 \quad (29)$$

$$1 + \alpha_R (\vartheta_S - \vartheta_0) = 0 \quad (30)$$

$$1 = \alpha_R (\vartheta_f + \vartheta_0) \quad (31)$$

Pre súčiniteľ teplotnej rozťažnosti α_R výsledná rovnica môže byť napísaná do nasledujúceho tvaru:

$$\alpha_R = \frac{1}{\vartheta_f + \vartheta_0} \quad (32)$$

Pre objemovú mernú tepelnú kapacitu c_V rovnica je definovaná takto

$$c_V = c \rho_m \quad (33)$$

Substitučné konštanty A , B , D a počiatočná otepľovacia konštanta τ môžu byť definované podľa [3] [5] nasledovne

$$A = S \rho_m c = S c_V \quad (34)$$

$$B = \frac{\rho_R I^2 (1 + \alpha_R \Delta \vartheta_W)}{S} = \frac{\rho_R I^2 (1 + \alpha_R (\vartheta_W - \vartheta_0))}{S} = \frac{\rho_R I^2}{S} \left(1 + \frac{\vartheta_W - \vartheta_0}{\vartheta_f + \vartheta_0} \right) \quad (35)$$

$$D = \lambda o - \frac{\rho_R I^2 \alpha_R}{S} = \lambda o - \frac{\rho_R I^2}{S (\vartheta_f + \vartheta_0)} \quad (36)$$

$$\tau = \frac{A}{D} = \frac{S \rho_m c}{\lambda o - \frac{\rho_R I^2 \alpha_R}{S}} = \frac{S \rho_m c}{\lambda o - \frac{\rho_R I^2}{S (\vartheta_f + \vartheta_0)}} = \frac{S c_V}{\lambda o - \frac{\rho_R I^2}{S (\vartheta_f + \vartheta_0)}} \quad (37)$$

$$B = \frac{\rho_R I^2 (1 + \alpha_R \Delta \vartheta_W)}{\lambda o - \frac{\rho_R I^2 \alpha_R}{S}} = \frac{\rho_R I^2 (1 + \alpha_R (\vartheta_W - \vartheta_0))}{\lambda o - \frac{\rho_R I^2 \alpha_R}{S}} = \frac{\rho_R I^2}{\lambda o - \frac{\rho_R I^2}{S (\vartheta_f + \vartheta_0)}} \left(1 + \frac{\vartheta_W - \vartheta_0}{\vartheta_f + \vartheta_0} \right) \quad (38)$$

Rovnica (27) môže byť prepísaná do nasledujúceho tvaru:

$$\vartheta_p = \frac{\rho_R I^2}{\lambda o - \frac{\rho_R I^2}{S (\vartheta_f + \vartheta_0)}} \left(1 + \frac{\vartheta_W - \vartheta_0}{\vartheta_f + \vartheta_0} \right) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + (\vartheta_W - \vartheta_E) e^{-\frac{t}{\tau}} + \vartheta_E \quad (39)$$

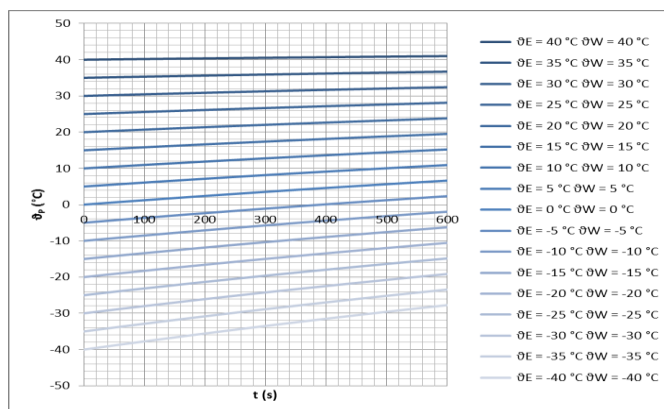
III. VÝPOČET PREVADZKOVEJ TEPLoty

Pre ďalší výpočet potrebujeme zistiť vlastnosti materiálov, ktoré sú použité v polykryštalickom solárnom článku. Pre výpočet budú použité materiály kremík ako polovodič a meď ako vodič. Vlastnosti týchto materiálov môžeme vidieť v nasledujúcej tabuľke [4].

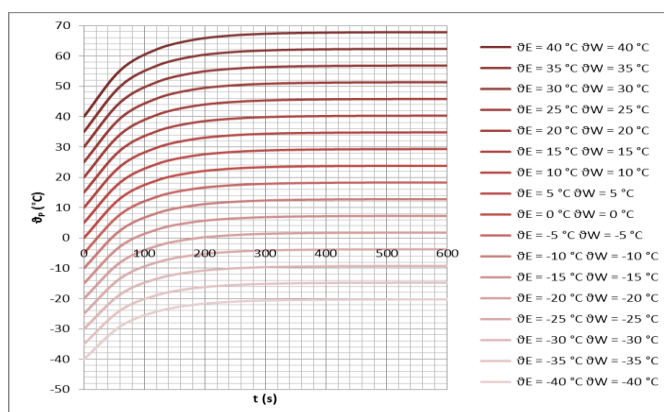
TABUĽKA I
Vlastnosti materiálov

Materiál	-	Si	Cu
Merný odpor	G_R	$1 \cdot 10^{-3} \Omega \cdot m$	$1,75 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$
Hustota	c_m	$2329 \text{ kg} \cdot m^{-3}$	$8960 \text{ kg} \cdot m^{-3}$
Merná tepelná kapacita	c	$704,5984583 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	$383 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$
Objemová merná tepelná kapacita	c_V	$1641009,809 \text{ J} \cdot m^{-3} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	$3431680 \text{ J} \cdot m^{-3} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$
Fiktívna teplota	ϑ_f	$-47,100271 \text{ }^\circ\text{C}$	$234,5 \text{ }^\circ\text{C}$
Základná teplota prostredia	ϑ_0	$20 \text{ }^\circ\text{C}$	$20 \text{ }^\circ\text{C}$
Tepelný súčiniteľ odporu	α_R	$-3,69 \cdot 10^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$	$3,929273084 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
Súčiniteľ teplotnej rozťažnosti	α_L	$2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$	$1,65 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
Prierez	S	$2,4336 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$	$1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
Obvod	o	$6,24 \cdot 10^{-1} \text{ m}$	$5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
Rozmer	x	$0,156 \text{ m}$	$5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
Rozmer	y	$0,156 \text{ m}$	$2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
Súčiniteľ prestupu tepla	λ	$10 \text{ W} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \cdot m^{-2}$	$10 \text{ W} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \cdot m^{-2}$

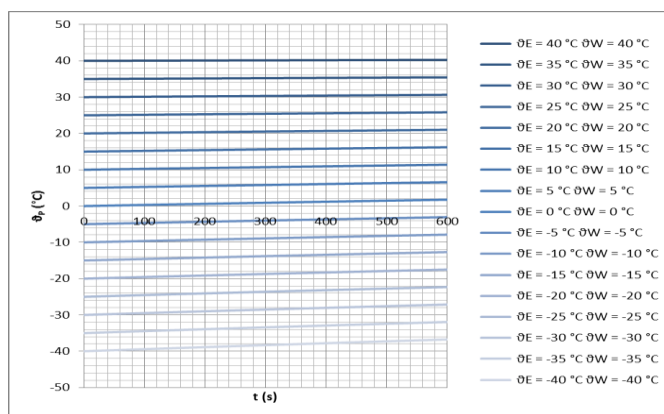
V nasledujúcich grafoch na obr. 1 - 4 môžeme vidieť vypočítanú prevádzkovú teplotu ϑ_p v závislosti od času t . Tu bola použitá rovnica (39). Grafy sú zostrojené pre rôzne prúdy I pretekajúce polykryštalickým solárnym článkom. Počiatočná teplota vodiča ϑ_W je rovnaká ako teplota prostredia ϑ_E . Grafické závislosti na obr. 1 a obr. 3 platia pre kremík, závislosti na obr. 2 a obr. 4 platia pre meď.



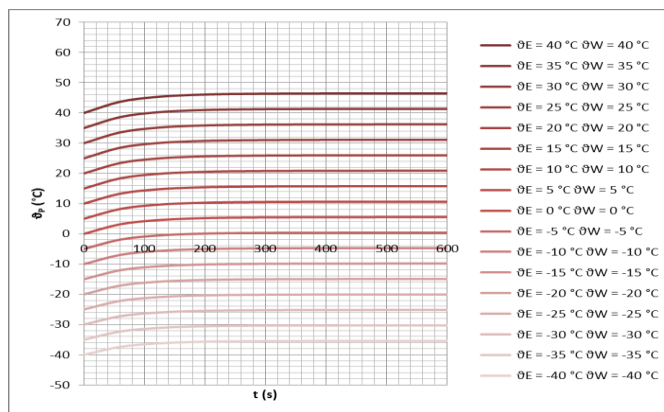
Obr. 1 Vypočítaná prevádzková teplota ϑ_p pre prúd $I = 8,36 \text{ A}$, pre kremík



Obr. 2 Vypočítaná prevádzková teplota ϑ_p pre prúd $I = 8,36 \text{ A}$, pre meď

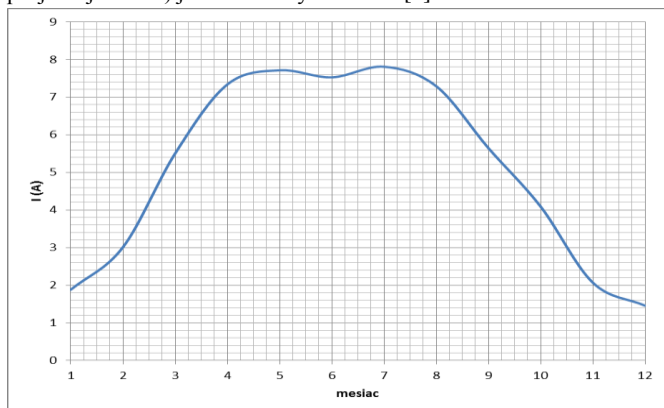


Obr. 3 Vypočítaná prevádzková teplota ϑ_p pre prúd $I = 4,18 \text{ A}$ pre kremík



Obr. 4 Vypočítaná prevádzková teplota ϑ_p pre prúd $I = 4,18 \text{ A}$ pre meď

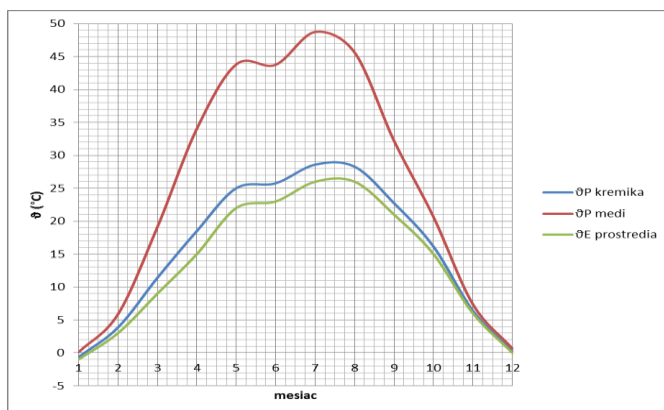
Hlavný vplyv na prúd I solárneho článku má svietivosť Slnka. Priemerný prúd I polykrystalického solárneho článku nameraný v jednotlivých mesiacoch v čase maximálneho slnečného svitu (o 12 h, pri jasnej oblohe) je znázornený na obr. 5 [2].



Obr. 5 Priemerný nameraný prúd I solárneho článku

Na výpočet priemernej prevádzkovej teploty ϑ_P solárneho článku je potrebná znalosť priemernej teploty prostredia ϑ_E (obr. 6, zelená krivka), ktorá bola nameraná pre každý jednotlivý mesiac v meste Košice [8].

Pri výpočte priemernej prevádzkovej teploty ϑ_P podľa rovnice (39) je predpokladaná rovnosť priemernej teploty prostredia ϑ_E a počiatočnej prevádzkovej teploty ϑ_w . Na obr. 6 sú znázornené priebehy prevádzkových teplôt kremika a medi pre jednotlivé mesiace po ich ustálení, t.j. v čase $t = 600$ s.



Obr. 6 Vypočítaná prevádzková teplota ϑ_P v Košiciach

IV. ZÁVER

Odvozená rovnica (39) umožňuje vyjadriť vplyv použitého materiálu na prevádzkovú teplotu ϑ_P solárneho článku. Na získaných závislostiach na obr. 1 až 4 môžeme sledovať nárast prevádzkovej teploty ϑ_P v závislosti od času t . Prúd solárneho článku I má značný vplyv na jeho prevádzkovú teplotu ϑ_P . Rovnica (39) počíta so zmenou odporu R_s v závislosti od prevádzkovej teploty vodiča ϑ_P . Tento jav je samozrejme tým výraznejší, čím vyšší prúd I preteká cez materiál. Polykrystalické solárne články majú rôzne vlastnosti pri rôznych teplotách prostredia ϑ_E a rôznych prúdoch I . Pre výpočty priemerný prúd I a priemerná teplota prostredia ϑ_E boli zistené pre každý jednotlivý mesiac. Potom sme predpokladali rovnosť priemernej teploty prostredia ϑ_E a počiatočnej teploty vodiča ϑ_w . Rovnica (39) vypočítala priemernú prevádzkovú teplotu ϑ_P pre každý jednotlivý mesiac pre meď ako vodič a kremík ako polovodič. Tieto výpočty

môžeme vidieť na obr. 6. V súčasnosti je nutné kontrolovať prevádzkovú teplotu ϑ_P solárnych článkov, pretože sa môžu poškodiť. Zistenie prevádzkovej teploty ϑ_P je dôležité tak pre návrh, ako aj pre spoľahlivosť solárnych článkov [1] [6]. Tieto výpočty môžu byť použité aj pre návrh ďalších polovodičových súčiastok, pre plošné spoje zahŕňajúce diódy, tranzistory a integrované obvody.

POĎAKOVANIE

Tento príspevok vznikol vďaka podpore Vedeckej grantovej agentúry Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky a Slovenskej akadémie vied VEGA č. 1/0132/15 a VEGA č. 1/0285/16.

LITERATÚRA

- [1] M. Kolcun, V. Chladný, M. Mešter, R. Cimbala, J. Tkáč, M. Hvizdoš, J. Rusnák, "Elektrárne", Technická univerzita Košice, 2006, ISBN 80-8073-704-5
- [2] C. R. Dorf, "Energy, resources and policy", Addison Wesley Publishing Company Inc., 1978, ISBN 0-201-01673-7
- [3] P. Novák, "Elektrické teplo", Technical University of Košice, 2010, ISBN 978-80-89284-48-1
- [4] A. Pietriková, J. Banský, "Základy inžinierstva materiálov", Technická univerzita Košice, 2007, ISBN 80-8086-001-7
- [5] L. Varga, S. Ilenin, P. Leščinský, "Prenos a rozvod elektrickej energie", Technická univerzita Košice, 2003
- [6] J. Chlebný, P. Beneš, J. Langer, J. Král, M. Martinásková, "Automatizace a automatizační technika", Computer Press Brno, 2014
- [7] G. M. Masters, "Renewable and Efficient Electric Power Systems" Published by John Wiley and Sons, New Jersey, 2004, ISBN 0-471-28060-7
- [8] Klimatologické spravodajstvo [online]. Bratislava: Slovenský hydrometeorologický ústav, 2016. [cit. 2016-02-02]. Dostupné na internete: <http://www.shmu.sk/sk/?page=1&id=klimat_operativneudaje1>

ADRESY AUTOROV

Vladimír Gáll, Technical University of Košice, Department of Electric Power Engineering, Mäsiarska 74, Košice, SK 04210, Slovak Republic, vladimir.gall@student.tuke.sk
 Alexander Mészáros, Technical University of Košice, Department of Electric Power Engineering, Mäsiarska 74, Košice, SK 04210, Slovak Republic, alexander.meszáros@tuke.sk
 Ján Tkáč, Technical University of Košice, Department of Electric Power Engineering, Mäsiarska 74, Košice, SK 04210, Slovak Republic, jan.tkac@tuke.sk