

Anastázia Margitová, Martin Kanálik, Michal Kolcun

## Vplyv uzemňovacích lán na pozdĺžnu impedanciu vonkajších silových vedení

Uzemňovacie láná sú holé vodiče, ktoré slúžia na ochranu elektrického vedenia pred úderom blesku. Tento článok sa zaoberá výpočtom pozdĺžnej impedancie 110 kV vonkajšieho vedenia s jedným uzemňovacím lanom. Článok popisuje princíp eliminácie uzemňovacieho lana a spôsob zahrnutia účinku uzemňovacieho lana do pozdĺžnej impedancie fázových vodičov 110 kV vedenia. V závere sa porovnáva vplyv uzemňovacieho lana na pozdĺžnu impedanciu 110 kV vedenia oproti rovnakému vedeniu bez uzemňovacieho lana.

Kľúčové slová: pozdĺžna impedancia vonkajších vedení; eliminácia uzemňovacích lán

Ground wires are bare conductors which serve to protect the power line from the lightning strike. This article deals with the calculation of the series impedance of the 110 kV overhead power line with one ground wire. The article describes the principle of elimination of the ground wire and the method of including the influence of the ground wire on the series impedance of phase conductors of the 110 kV power line. The conclusion compares the effect of the ground wire on the series impedance of the 110 kV power line compared to the same power line without the ground wire. (**Impact of ground wires on the series impedance of overhead power lines**)

Keywords: series impedance of overhead lines; reduction of ground wires

### I. ÚVOD

Výpočet elektrických parametrov vonkajších silových vedení je nevyhnutný pri riešení stacionárnych a nestacionárnych javov vyskytujúcich sa v elektrických sieťach. V prípade vedení rôznych napäťových hladín je možné uvažovať s pozdĺžnou impedanciou (rezistencia a indukčnosť) a priečnou admitanciou (zvod a kapacita) fázových vodičov. Súčasťou vonkajších elektrických vedení sú okrem fázových vodičov aj uzemňovacie láná, ktoré plnia ochrannú funkciu. Uzemňovacie láná majú svoje parametre (pozdĺžnu impedanciu a priečnu admitanciu). Pozdĺžna impedancia uzemňovacích lán ovplyvňuje celkovú pozdĺžnu impedanciu vedenia, tým pádom aj prevádzkové vlastnosti celého vedenia.

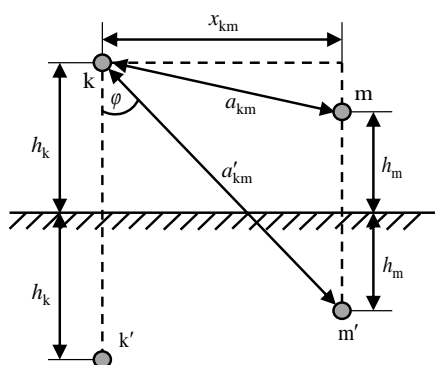
Vlastnosti uzemňovacích lán je preto nevyhnutné zohľadniť pri výpočte pozdĺžnej impedancie vodičov vonkajších silových vedení. Existuje niekoľko metód na výpočet pozdĺžnej impedancie vedení (Carsonova metóda, Rűdenbergova koncepcia a Deriho teória [1]), ktorých úlohou je vytvoriť jednoduchý spôsob, ako určiť parametre jednotlivých vodičov s požadovanou presnosťou, pre široký rozsah geometrického usporiadania, prostredia, materiálov a pod. Tieto tri koncepcie na výpočet pozdĺžnej impedancie vedení uvažujú s vplyvom zeme, odlišujú sa od seba usporiadaním vodičov, ich obrazov a vlastnosťami prisudzovanými zemi. Dané teórie prichádzajú k záveru, že striedavý prűd v zemi sleduje presne trasu vodičov nad zemou, pričom jeho najväčšia hustota je priamo pod vedením a rýchlo klesá ako do strán, tak aj do hĺbky. Všetky tri teórie považujú zem za vodič ustáleného prűdu. Vodič charakterizujúci zem má svoje parametre, dané teórie neuvádzajú s ideálnou zemou (impedancia zeme nie je rovná nule) [2], [3].

### II. VÝPOČET POZDĹŽNEJ IMPEDANCIE VONKAJŠÍCH VEDENÍ CARSONOVOU METÓDOU

Carsonova teória bola uverejnená v roku 1926 a stále predstavuje štandard pre výpočet pozdĺžnej impedancie vedení. Carson predpokladá, že zem je jednotný, rovný, pevný a nekonečný povrch s konštantnou rezistivitou [4]. Metóda vyjadruje pozdĺžnu impedanciu vedenia ako nevlastný integrál, ktorý je možné rozvinúť do nekonečného radu [5]-[8]. Pre praktické účely je postačujúce uvažovať konečný počet prvkov v rade.

Carsonova teória zahŕňa vplyv zeme do výpočtu pozdĺžnej impedancie vedení vo forme korekčných faktorov. Jej odvodenie vychádza z Obr. 1, na ktorom je znázornený model dvoch vodičov (vodič  $k$  a vodič  $m$ ) a ich zrkadlových obrazov (obraz  $k'$  a obraz  $m'$ ) vzhľadom na rovinu zeme. Pri ľubovoľnom počte vodičov sa usporiadanie  $m+n$  skutočných vodičov a jednej zeme nahrádza  $m+n$  skutočnými vodičmi a  $m+n$  obrazmi vodičov ( $m$  je počet fázových vodičov,  $n$  je počet uzemňovacích lán).

Carsonova metóda výpočtu pozdĺžnej impedancie vedení vyjadruje vzťahy medzi vodičmi jedného systému (resp. vonkajšieho vedenia), ale aj medzi viacerými systémami navzájom (resp. vonkajšími vedeniami). Výsledkom výpočtu nie je jedno číslo, ale matica prvkov. Rozmery matice (riadky aj stĺpce) sú zhodné s počtom vodičov danej sústavy, pričom na diagonále sú umiestnené vlastné parametre vodiča (vlastná rezistencia a vlastná indukčnosť, t. j. vlastná pozdĺžna impedancia), mimo diagonály sú vyjadrené vzťahy medzi jednotlivými vodičmi (vzájomná pozdĺžna impedancia: vzájomná rezistencia a vzájomná indukčnosť) [2].



Obr. 1. Model dvoch vodičov a ich zrkadlových obrazov vzhľadom na rovinu zeme.

Pre vlastnú pozdĺžnu impedanciu  $\dot{Z}_{kk}$  vodiča k a pre vzájomnú pozdĺžnu impedanciu  $\dot{Z}_{km}$  medzi vodičmi k a m platí (podľa Obr. 1):

$$\dot{Z}_{kk} = R_{kk} + j\omega L_{kk} \quad (\Omega m^{-1}), \quad (1)$$

$$\dot{Z}_{km} = R_{km} + j\omega L_{km} \quad (\Omega m^{-1}), \quad (2)$$

$$\dot{Z}_{km} = \dot{Z}_{mk}, \quad L_{km} = L_{mk}, \quad R_{km} = R_{mk},$$

kde

$R_{kk}$  je vlastná rezistancia vodiča k ( $\Omega m^{-1}$ ),

$L_{kk}$  je vlastná indukčnosť vodiča k ( $Hm^{-1}$ ),

$R_{km}$  je vzájomná rezistancia medzi vodičmi k a m ( $\Omega m^{-1}$ ),

$R_{mk}$  je vzájomná rezistancia medzi vodičmi m a k ( $\Omega m^{-1}$ ),

$L_{km}$  je vzájomná indukčnosť medzi vodičmi k a m ( $Hm^{-1}$ ),

$L_{mk}$  je vzájomná indukčnosť medzi vodičmi m a k ( $Hm^{-1}$ ),

$\dot{Z}_{mk}$  je vzájomná pozdĺžna impedancia medzi vodičmi m a k ( $\Omega m^{-1}$ ),

$\omega$  je uhlová frekvencia ( $s^{-1}$ ).

Vlastnú rezistanciu  $R_{kk}$  a vlastnú indukčnosť  $L_{kk}$  vodiča k (podľa Obr. 1) je možné určiť ako [1]:

$$R_{kk} = R_k + \Delta R_{kk} = R_k + 4 \cdot 10^{-7} \omega P \quad (\Omega m^{-1}), \quad (3)$$

$$L_{kk} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left( \frac{2h_k}{\xi_k r_k} \right) + \Delta L_{kk} \quad (Hm^{-1}), \quad (4)$$

$$L_{kk} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left( \frac{2h_k}{\xi_k r_k} \right) + 4 \cdot 10^{-7} Q \quad (Hm^{-1})$$

kde

$R_k$  je striedavá rezistancia vodiča k bez uvažovania vplyvu zeme podľa [3] (môže zahŕňať vplyv teploty, skinefektu, krútenia lán a priehybu) ( $\Omega m^{-1}$ ),

$\Delta R_{kk}$  je Carsonov korekčný činiteľ pre vlastnú rezistanciu vodiča k vzhľadom na zem ( $\Omega m^{-1}$ ),

$\Delta L_{kk}$  je Carsonov korekčný činiteľ pre vlastnú indukčnosť vodiča k vzhľadom na zem ( $Hm^{-1}$ ),

$P$  je činiteľ na určenie korekčného faktora pre rezistanciu ( $\Omega m^{-1}$ ),

$Q$  je činiteľ na určenie korekčného faktora pre indukčnosť ( $Hm^{-1}$ ),

$h_k$  je výška vodiča k nad zemou (m),

$\xi_k$  je činiteľ rešpektujúci skinefekt a magnetické vlastnosti materiálu vodiča k (-),

$r_k$  je polomer vodiča k (m),

$\mu_0$  je permeabilita vákua ( $Hm^{-1}$ ),  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} Hm^{-1}$ .

Pre vzájomnú rezistanciu  $R_{km}$  a indukčnosť  $L_{km}$  medzi vodičmi k a m platí (Obr. 1):

$$R_{km} = \Delta R_{km} = 4 \cdot 10^{-7} \omega P \quad (\Omega m^{-1}), \quad (5)$$

$$L_{km} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left( \frac{a'_{km}}{a_{km}} \right) + \Delta L_{km} \quad (Hm^{-1}) \quad (6)$$

$$L_{km} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left( \frac{a'_{km}}{a_{km}} \right) + 4 \cdot 10^{-7} Q \quad (Hm^{-1})$$

kde

$\Delta R_{km}$  je Carsonov korekčný činiteľ pre vzájomnú rezistanciu medzi vodičmi k a m vzhľadom na zem ( $\Omega m^{-1}$ ),

$\Delta L_{km}$  je Carsonov korekčný činiteľ pre vzájomnú indukčnosť medzi vodičmi k a m vzhľadom na zem ( $Hm^{-1}$ ),

$a'_{km}$  je vzdialenosť medzi vodičom k a obrazom vodiča m (m) podľa Obr. 1,

$a_{km}$  je vzdialenosť medzi vodičom k a vodičom m (m) podľa Obr. 1.

Činitele  $P$  a  $Q$  slúžiace na určenie korekčných faktorov pre rezistanciu a indukčnosť závisia od frekvencie, rezistivity zeme a usporiadania vodičov. Vzťahy na ich výpočet sú uvedené v [3].

Mnoho komerčných softvérových programov určených na výpočet elektrických parametrov vedení využíva zjednodušenú verziu Carsonových rovníc. Zjednodušená Carsonova metóda uvažuje len niekoľko výrazov v rovniciach pre výpočet činiteľov  $P$  a  $Q$ . Zjednodušená verzia Carsonových rovníc je uvedená v [1].

### III. VPLYV UZEMŇOVACÍCH LÁN NA POZDĹŽNU IMPEDANCIU VONKAJŠÍCH VEDENÍ

Uzemňovacie láná sa ako ochranné prvky vonkajších elektrických vedení umiestňujú vo vrcholoch stožiarov a plnia podobnú funkciu ako zberacie zariadenia bleskozvodov. Ako uzemňovacie vodiče sa používajú AlFe láná (napr. AlFe 180/59) a nesmú sa používať drôty. Počet uzemňovacích lán závisí od druhu vedenia a použitých stožiarov. Spravidla sa používa jedno alebo dve uzemňovacie láná. Aby nedošlo po údere blesku do uzemňovacieho lana (stožiara) k spätnému preskoku na fázové vodiče, musí byť každý stožiar uzemnený s dostatočne malým odporom uzemnenia. Spôsob uzemnenia stožiarov závisí od menovitého napätia vedenia [9].

Prítomnosť uzemňovacích lán na vonkajšom vedení rozširuje maticu pozdĺžnej impedancie o  $n$  riadkov a  $n$  stĺpcov ( $n$  je počet uzemňovacích lán). Zjednodušenie matice pozdĺžnej impedancie sa realizuje elimináciou (redukciou, resp. vynechaním) riadkov a stĺpcov príslušajúcich uzemňovacím lánám, pričom sa vplyv uzemňovacích lán zahŕňa do matice vlastnej a vzájomnej pozdĺžnej impedancie fázových vodičov (redukovaná matica pozdĺžnej impedancie). Pri odvodení redukovanej matice pozdĺžnej impedancie sa vychádza z predpokladu, že úbytky napätí na uzemňovacích lánach sú rovné nule.

Pre ľubovoľné vonkajšie vedenie je možné vyjadriť Ohmov zákon v tvare [10]:

$$\begin{bmatrix} [\Delta \dot{U}_v] \\ [\Delta \dot{U}_z] = 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\dot{Z}_{vv}] & [\dot{Z}_{vz}] \\ [\dot{Z}_{zv}] & [\dot{Z}_{zz}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\dot{I}_v] \\ [\dot{I}_z] \end{bmatrix} \quad (\text{V}), \quad (7)$$

$$[\dot{Z}_{vv}] = [R_{vv}] + j\omega[L_{vv}] \quad (\Omega; \Omega, s^{-1}, \text{H}), \quad (8)$$

$$[\dot{Z}_{vz}] = [R_{vz}] + j\omega[L_{vz}] \quad (\Omega; \Omega, s^{-1}, \text{H}), \quad (9)$$

$$[\dot{Z}_{zv}] = [R_{zv}] + j\omega[L_{zv}] \quad (\Omega; \Omega, s^{-1}, \text{H}), \quad (10)$$

$$[\dot{Z}_{zz}] = [R_{zz}] + j\omega[L_{zz}] \quad (\Omega; \Omega, s^{-1}, \text{H}), \quad (11)$$

kde

$[\Delta \dot{U}_v]$  stĺpcová matica úbytkov napätí vo fázových vodičoch typu  $m \times 1$  vo (V),

$[\Delta \dot{U}_z]$  stĺpcová matica úbytkov napätí v uzemňovacích lanách typu  $n \times 1$  vo (V),

$[\dot{Z}_{vv}]$  je štvorcová regulárna a súmerná submatice rádu  $m$  vyjadrujúca vlastnú a vzájomnú pozdĺžnu impedanciu fázových vodičov, pozostáva z reálnej zložky  $[R_{vv}]$  a imaginárnej zložky  $\omega[L_{vv}]$ ,

$[\dot{Z}_{vz}]$  je obdĺžniková submatice typu  $m \times n$  vyjadrujúca vzájomnú pozdĺžnu impedanciu medzi fázovými vodičmi a uzemňovacími lanami, pozostáva z reálnej zložky  $[R_{vz}]$  a imaginárnej zložky  $\omega[L_{vz}]$ ,

$[\dot{Z}_{zv}]$  je obdĺžniková submatice typu  $n \times m$  vyjadrujúca vzájomnú pozdĺžnu impedanciu medzi uzemňovacími lanami a fázovými vodičmi, pozostáva z reálnej zložky  $[R_{zv}]$  a imaginárnej zložky  $\omega[L_{zv}]$ ,

$[\dot{Z}_{zz}]$  je štvorcová regulárna a súmerná submatice rádu  $n$  vyjadrujúca vlastnú a vzájomnú pozdĺžnu impedanciu uzemňovacích lán, pozostáva z reálnej zložky  $[R_{zz}]$  a imaginárnej zložky  $\omega[L_{zz}]$ ,

$[\dot{I}_v]$  stĺpcová matica prúdov tečúcich vo fázových vodičoch typu  $m \times 1$  v (A),

$[\dot{I}_z]$  stĺpcová matica prúdov tečúcich v uzemňovacích lanách typu  $n \times 1$  v (A).

Značka veličiny (napätia, prúdu alebo impedancie) uvedená v hranatej zátvorke charakterizuje maticové vyjadrenie danej premennej, bodka nad označením veličiny predstavuje fázor (napätia, prúdu, resp. impedancie).

Po vyjadrení matice prúdov v uzemňovacích lanách  $[\dot{I}_z]$  z druhej rovnice sústavy rovníc (7), následným dosadením  $[\dot{I}_z]$  do prvej rovnice sústavy (7) a úpravou sústavy (7) na tvar  $[\Delta \dot{U}_v] = [\dot{Z}_{red}][\dot{I}_v]$  pre redukovanú maticu pozdĺžnej impedancie  $[\dot{Z}_{red}]$  platí [10]:

$$[\dot{Z}_{red}] = [\dot{Z}_{vv}] - [\dot{Z}_{vz}][\dot{Z}_{zz}]^{-1}[\dot{Z}_{zv}] \quad (\Omega), \quad (12)$$

taktiež pre redukované matice rezistencie  $[R_{red}]$  a indukčnosti  $[L_{red}]$

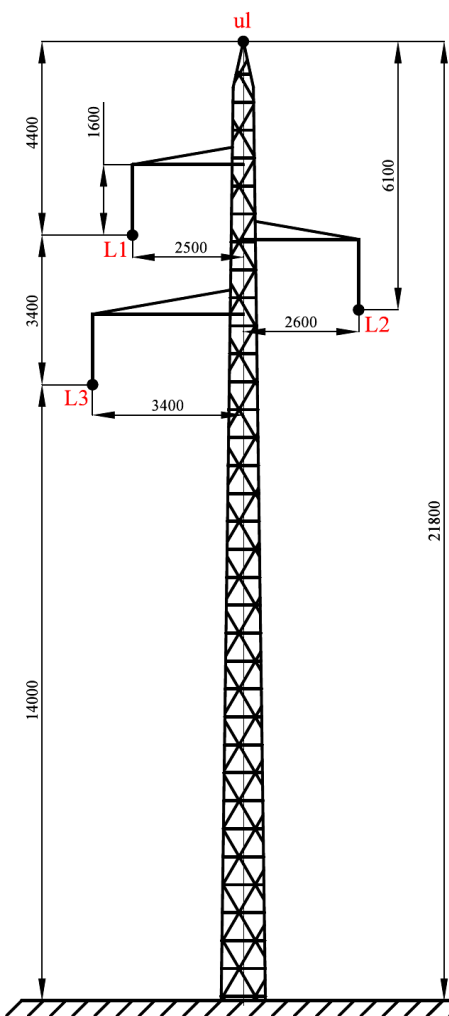
$$[R_{red}] = [R_{vv}] - [R_{vz}][R_{zz}]^{-1}[R_{zv}] \quad (\Omega), \quad (13)$$

$$[L_{red}] = [L_{vv}] - [L_{vz}][L_{zz}]^{-1}[L_{zv}] \quad (\text{H}). \quad (14)$$

#### IV. VÝPOČET POZDĹŽNEJ IMPEDANCIE JEDNODUCHÉHO 110 KV VONKAJŠIEHO VEDENIA

Táto kapitola rieši výpočet pozdĺžnej impedancie 110 kV jednoduchého vonkajšieho vedenia znázorneného na Obr. 2. Porovnáva sa pozdĺžna impedancia vedenia určená bez uvažovania prítomnosti uzemňovacieho lana so zakomponovaním uzemňovacieho lana do výpočtu. Parametre vedenia a vlastností zeme sú popísané v TABULKE I.

Výpočty pozdĺžnej impedancie vedenia sú vzťahované na jednotku dĺžky jeden kilometer. Rozmery stožiara, vzdialenosti vodičov od zeme a medzi vodičmi na Obr. 2 sú uvedené v milimetroch. V prípade rezistencie vodiča sa neuvažuje s vplyvom skinefektu, teploty, krútenia lán ani priehybu.



Obr. 2. Model jednoduchého trojfázového 110 kV vonkajšieho vedenia s uzemňovacím lanom.

TABUĽKA I

Parametre vodičov jednoduchého 110 kV vedenia s uzemňovacím lanom a rezistivita zeme

Typ fázového vodiča	AlFe 240/39
Typ uzemňovacieho lana	AlFe 180/59
Rezistivita zeme	150 $\Omega\text{m}$

Aplikovaním Carsonovej metódy na model vedenia podľa Obr. 2 s uvažovaním uzemňovacieho lana pre vlastnú a vzájomnú pozdĺžnu impedanciu (indukčnosť  $[L_{s,ul}]$  a rezistanciu  $[R_{s,ul}]$ ) v maticovom tvare platí:

$$[L_{s,ul}] = \begin{bmatrix} [L_{vv}] & [L_{vz}] \\ [L_{zv}] & [L_{zz}] \end{bmatrix}$$

	L1	L2	L3	ul	
L1	2,37	1,08	1,16	1,09	mH/km
L2	1,08	2,37	1,05	1,04	
L3	1,16	1,05	2,37	0,99	
ul	1,09	1,04	0,99	2,38	

$$[R_{s,ul}] = \begin{bmatrix} [R_{vv}] & [R_{vz}] \\ [R_{zv}] & [R_{zz}] \end{bmatrix}$$

	L1	L2	L3	ul	
L1	0,17	0,05	0,05	0,05	Ω/km
L2	0,05	0,17	1,05	0,05	
L3	0,05	0,05	0,17	0,05	
ul	0,05	0,05	0,05	0,20	

V maticiach  $[L_{s,ul}]$  a  $[R_{s,ul}]$  s rozmerom  $4 \times 4$  pre pozdĺžnu impedanciu vedenia (indukčnosť a rezistanciu) sa nachádzajú parametre fázových vodičov, ale aj uzemňovacieho lana. Vodiče a im prislúchajúce riadky a stĺpce sú v maticiach označené podľa Obr. 2. Prvky na diagonále reprezentujú vlastnú indukčnosť, resp. vlastnú rezistanciu každého vodiča. Hodnoty mimo diagonály definujú vzájomné vzťahy (vzájomnú indukčnosť a vzájomnú rezistanciu) medzi jednotlivými vodičmi 110 kV vedenia.

Maticie  $[L_{bez,ul}]$  a  $[R_{bez,ul}]$  pre indukčnosť a rezistanciu 110 kV vedenia bez uvažovania prítomnosti uzemňovacieho lana sú rovné submaticiam o rozmere  $3 \times 3$  vytvoreným z matic  $[L_{s,ul}]$  a  $[R_{s,ul}]$  uvažujúcich vplyv uzemňovacieho lana. Po vynechaní riadku a stĺpca pre uzemňovacie lano (v maticiach  $[L_{s,ul}]$  a  $[R_{s,ul}]$ ) sa získa:

$$[L_{bez,ul}] = \begin{bmatrix} L1 & L2 & L3 \\ L1 & 2,37 & 1,08 & 1,16 \\ L2 & 1,08 & 2,37 & 1,05 \\ L3 & 1,16 & 1,05 & 2,37 \end{bmatrix} \text{ mH/km}$$

$$[R_{bez,ul}] = \begin{bmatrix} L1 & L2 & L3 \\ L1 & 0,17 & 0,05 & 0,05 \\ L2 & 0,05 & 0,17 & 1,05 \\ L3 & 0,05 & 0,05 & 0,17 \end{bmatrix} \text{ Ω/km}$$

Pre 110 kV jednoduché vonkajšie vedenie (podľa Obr. 2) je možné definovať Ohmov zákon ako sústavu štyroch rovníc [11] (indexy prislúchajú jednotlivým vodičom na Obr. 2):

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{U}_{L1} \\ \Delta \dot{U}_{L2} \\ \Delta \dot{U}_{L3} \\ \Delta \dot{U}_{ul} = 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{L1L1} & \dot{Z}_{L1L2} & \dot{Z}_{L1L3} & \dot{Z}_{L1ul} \\ \dot{Z}_{L2L1} & \dot{Z}_{L2L2} & \dot{Z}_{L2L3} & \dot{Z}_{L2ul} \\ \dot{Z}_{L3L1} & \dot{Z}_{L3L2} & \dot{Z}_{L3L3} & \dot{Z}_{L3ul} \\ \dot{Z}_{ulL1} & \dot{Z}_{ulL2} & \dot{Z}_{ulL3} & \dot{Z}_{ulul} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{L1} \\ \dot{I}_{L2} \\ \dot{I}_{L3} \\ \dot{I}_{ul} \end{bmatrix} \quad (\text{V}) \quad (15)$$

kde

$\Delta \dot{U}_{L1}, \Delta \dot{U}_{L2}, \Delta \dot{U}_{L3}, \Delta \dot{U}_{ul}$  úbytky napätí vo fázových vodičoch a uzemňovacom lane vo (V),  
 $\dot{I}_{L1}, \dot{I}_{L2}, \dot{I}_{L3}, \dot{I}_{ul}$  prúd tečúci vo fázových vodičoch a uzemňovacom lane v (A),  
 $\dot{Z}_{L1L1}, \dot{Z}_{L2L2}, \dot{Z}_{L3L3}, \dot{Z}_{ulul}$  vlastné pozdĺžne impedancie vodičov (fázových vodičov a uzemňovacieho lana) v (Ω),  
 $\dot{Z}_{L1L2}, \dot{Z}_{L1L3}, \dot{Z}_{L1ul}, \dot{Z}_{L2L1}, \dot{Z}_{L2L3}, \dot{Z}_{L2ul}, \dot{Z}_{L3L1}, \dot{Z}_{L3L2}, \dot{Z}_{L3ul}, \dot{Z}_{ulL1}, \dot{Z}_{ulL2}, \dot{Z}_{ulL3}$  vzájomné pozdĺžne impedancie medzi vodičmi (fázovými vodičmi navzájom a medzi fázovými vodičmi a uzemňovacím lanom) v (Ω),

Po vyjadrení prúdu tečúceho uzemňovacím lanom  $\dot{I}_{ul}$  z poslednej rovnice sústavy (15) vyplýva:

$$\dot{I}_{ul} = -\frac{1}{\dot{Z}_{ulul}} (\dot{Z}_{ulL1} \dot{I}_{L1} + \dot{Z}_{ulL2} \dot{I}_{L2} + \dot{Z}_{ulL3} \dot{I}_{L3}) \quad (\text{A}) \quad (16)$$

Dosadením prúdu tečúceho uzemňovacím lanom  $\dot{I}_{ul}$  (vyjadreného vzťahom (16)) do prvej, druhej a tretej rovnice sústavy rovníc (15) sa získa [11]:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{U}_{L1} \\ \Delta \dot{U}_{L2} \\ \Delta \dot{U}_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{Z}_{L1L1} & \dot{Z}_{L1L2} & \dot{Z}_{L1L3} \\ \dot{Z}_{L2L1} & \dot{Z}_{L2L2} & \dot{Z}_{L2L3} \\ \dot{Z}_{L3L1} & \dot{Z}_{L3L2} & \dot{Z}_{L3L3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{L1} \\ \dot{I}_{L2} \\ \dot{I}_{L3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{Z}_{L1ul} \\ \dot{Z}_{L2ul} \\ \dot{Z}_{L3ul} \end{bmatrix} \dot{I}_{ul} =$$

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{L1L1} - \frac{\dot{Z}_{L1ul} \dot{Z}_{ulL1}}{\dot{Z}_{ulul}} & \dot{Z}_{L1L2} - \frac{\dot{Z}_{L1ul} \dot{Z}_{ulL2}}{\dot{Z}_{ulul}} & \dot{Z}_{L1L3} - \frac{\dot{Z}_{L1ul} \dot{Z}_{ulL3}}{\dot{Z}_{ulul}} \\ \dot{Z}_{L2L1} - \frac{\dot{Z}_{L2ul} \dot{Z}_{ulL1}}{\dot{Z}_{ulul}} & \dot{Z}_{L2L2} - \frac{\dot{Z}_{L2ul} \dot{Z}_{ulL2}}{\dot{Z}_{ulul}} & \dot{Z}_{L2L3} - \frac{\dot{Z}_{L2ul} \dot{Z}_{ulL3}}{\dot{Z}_{ulul}} \\ \dot{Z}_{L3L1} - \frac{\dot{Z}_{L3ul} \dot{Z}_{ulL1}}{\dot{Z}_{ulul}} & \dot{Z}_{L3L2} - \frac{\dot{Z}_{L3ul} \dot{Z}_{ulL2}}{\dot{Z}_{ulul}} & \dot{Z}_{L3L3} - \frac{\dot{Z}_{L3ul} \dot{Z}_{ulL3}}{\dot{Z}_{ulul}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{L1} \\ \dot{I}_{L2} \\ \dot{I}_{L3} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{L1L1} + \Delta \dot{Z}_{L1L1,red} & \dot{Z}_{L1L2} + \Delta \dot{Z}_{L1L2,red} & \dot{Z}_{L1L3} + \Delta \dot{Z}_{L1L3,red} \\ \dot{Z}_{L2L1} + \Delta \dot{Z}_{L2L1,red} & \dot{Z}_{L2L2} + \Delta \dot{Z}_{L2L2,red} & \dot{Z}_{L2L3} + \Delta \dot{Z}_{L2L3,red} \\ \dot{Z}_{L3L1} + \Delta \dot{Z}_{L3L1,red} & \dot{Z}_{L3L2} + \Delta \dot{Z}_{L3L2,red} & \dot{Z}_{L3L3} + \Delta \dot{Z}_{L3L3,red} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{L1} \\ \dot{I}_{L2} \\ \dot{I}_{L3} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_{L1L1,red} & \dot{Z}_{L1L2,red} & \dot{Z}_{L1L3,red} \\ \dot{Z}_{L2L1,red} & \dot{Z}_{L2L2,red} & \dot{Z}_{L2L3,red} \\ \dot{Z}_{L3L1,red} & \dot{Z}_{L3L2,red} & \dot{Z}_{L3L3,red} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{L1} \\ \dot{I}_{L2} \\ \dot{I}_{L3} \end{bmatrix} \quad (\text{V})$$

Elimináciu uzemňovacieho lana trojfázového jednoduchého 110 kV vedenia s jedným uzemňovacím lanom podľa vzťahov (15), (16), (17) je možné aplikovať len v prípade, že sa uvažuje so zjednodušením: nulovým úbytkom napätia na uzemňovacom lane. Vlastná pozdĺžna impedancia uzemňovacieho lana a vzájomné vzťahy (vzájomná pozdĺžna impedancia) medzi fázovými vodičmi a uzemňovacím lanom sú zakomponované do matice pozdĺžnej impedancie fázových vodičov v podobe korekčných faktorov  $\Delta \dot{Z}_{red}$ , ktoré znižujú celkovú rezistanciu a indukčnosť (pozdĺžnu impedanciu) vedenia.

Po eliminácii uzemňovacieho lana 110 kV vedenia (Obr. 2) má matica pozdĺžnej impedancie fázových vodičov podobu:

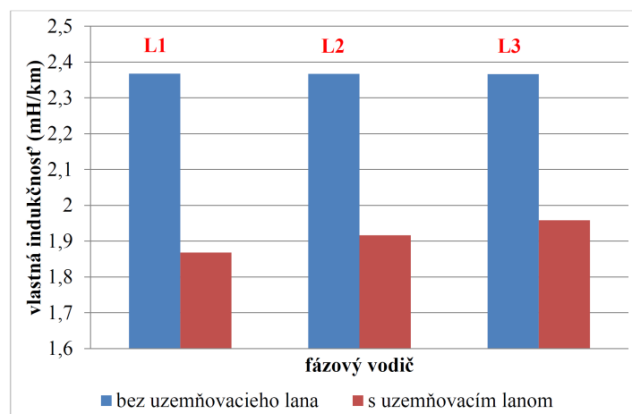
$$[L_{\text{red}}] = \begin{matrix} & \begin{matrix} L1 & L2 & L3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} L1 \\ L2 \\ L3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1,87 & 0,60 & 0,71 \\ 0,60 & 1,92 & 0,62 \\ 0,71 & 0,62 & 1,96 \end{bmatrix} \end{matrix} \text{ mH/km}^{\cdot}$$

$$[R_{\text{red}}] = \begin{matrix} & \begin{matrix} L1 & L2 & L3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} L1 \\ L2 \\ L3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0,15 & 0,04 & 0,04 \\ 0,04 & 0,15 & 0,04 \\ 0,04 & 0,04 & 0,15 \end{bmatrix} \end{matrix} \text{ } \Omega/\text{km}^{\cdot}$$

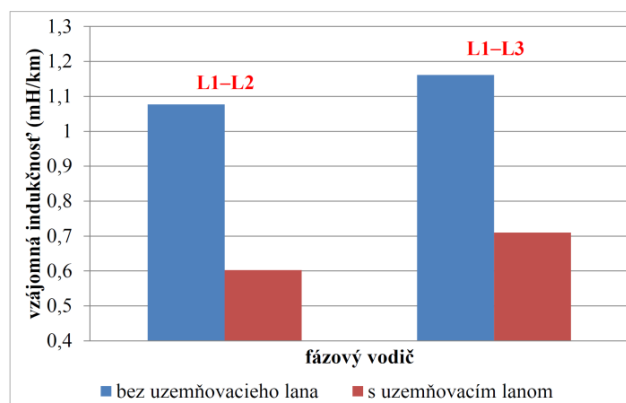
Na Obr. 3 až Obr. 6 je znázornené grafické porovnanie pozdĺžnej impedancie (vlastnej a vzájomnej indukčnosti a rezistancie) 110 kV vonkajšieho vedenia vypočítanej Carsonovou metódou s uvažovaním uzemňovacieho lana a bez zahrnutia vplyvu uzemňovacieho lana.

Ak sa neuvažuje s prítomnosťou uzemňovacieho lana, hodnoty v prípade vlastnej indukčnosti (Obr. 3) sú po zaokrúhlení na dve desatinné miesta konštantné. Avšak, ak sa berie do úvahy vplyv uzemňovacieho lana, jeho existencia znižuje vlastnú indukčnosť jednotlivých vodičov, čo potvrdzuje aj odvodenie podľa vzťahu (17). Z Obr. 3 taktiež vyplýva, že vlastné indukčnosti fázových vodičov L1, L2 a L3 nie sú konštantné (pre prípad s uvažovaním uzemňovacieho lana). Čím menšia je vzdialenosť vodiča od uzemňovacieho lana, tým menšia je jeho vlastná indukčnosť oproti prípadu bez uvažovania uzemňovacieho lana. Existencia uzemňovacieho lana znižuje aj vzájomnú indukčnosť medzi fázovými vodičmi L1–L2 a L1–L3 (Obr. 4). Platí, že čím väčšia je vzdialenosť medzi dvoma vodičmi, tým menšia je indukčná väzba medzi nimi (vzájomná indukčnosť).

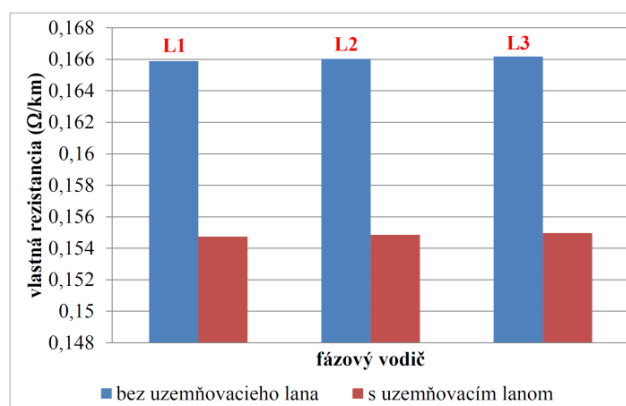
Čo sa týka vlastnej aj vzájomnej rezistancie, po zaokrúhlení na dve desatinné miesta ide o rovnaké hodnoty bez uvažovania uzemňovacieho lana. Prítomnosť uzemňovacieho lana znižuje tieto hodnoty rovnakou mierou (Obr. 5 a Obr. 6). Vlastná rezistencia vodičov zahŕňa okrem rezistancie samotných vodičov aj korekčnú rezistanciu  $\Delta R_{L1L1}$ ,  $\Delta R_{L2L2}$  a  $\Delta R_{L3L3}$  (Carsonove korekčné činitele pre vlastnú rezistanciu fázových vodičov L1, L2, L3). Korekčná rezistencia predstavuje činné straty spôsobené nenulovou impedanciou zeme. Vzájomná rezistencia medzi fázovými vodičmi L1–L2 a L1–L3 je charakterizovaná Carsonovými korekčnými činiteľmi  $\Delta R_{L1L2}$  a  $\Delta R_{L1L3}$ , ktoré vyjadrujú fázový posun, ktorý je zahrnutý v indukovanom napätí v dôsledku existujúcej pozdĺžnej impedancie zeme (zem je nedokonalá vodivá cesta pre prechod prúdu) [1], [3].



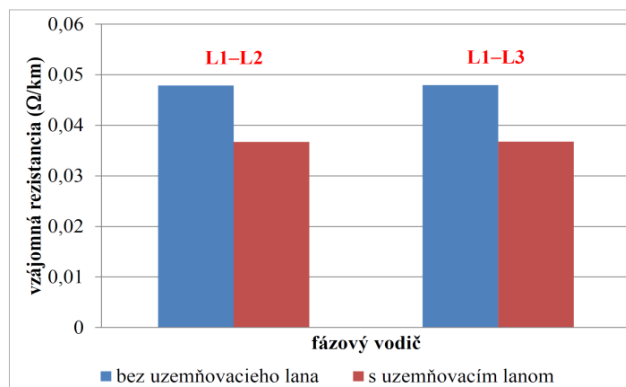
Obr. 3. Porovnanie vlastnej indukčnosti jednoduchého 110 kV vedenia s uvažovaním a bez uvažovania vplyvu uzemňovacieho lana.



Obr. 4. Porovnanie vzájomnej indukčnosti jednoduchého 110 kV vedenia s uvažovaním a bez uvažovania vplyvu uzemňovacieho lana.



Obr. 5. Porovnanie vlastnej rezistancie jednoduchého 110 kV vedenia s uvažovaním a bez uvažovania vplyvu uzemňovacieho lana.



Obr. 6. Porovnanie vzájomnej rezistancie jednoduchého 110 kV vedenia s uvažovaním a bez uvažovania vplyvu uzemňovacieho lana.

## V. ZÁVER

Pri výpočtoch elektrických veličín či už v ustálenom stave, alebo v prípade prechodných javov sa v inžinierskej praxi často pri matematickom modelovaní vonkajších silových vedení využívajú tabuľkové hodnoty pozdĺžnej impedancie a priečnej admitancie, ktoré spravidla závisia iba od prierezu lana fázového vodiča. Pomocou dnes už známych a overených prístupov je možné vytvoriť viacero rôznych matematických modelov vonkajších vedení, pričom každý z nich je vhodný pre iný účel.

V kapitole II tohto článku je stručne popísaná Carsonova metóda výpočtu vlastnej a vzájomnej pozdĺžnej impedancie vodiča vonkajšieho silového vedenia, ktorá okrem iného závisí aj od počtu vodičov a vzájomných vzdialeností medzi vodičmi navzájom a medzi vodičmi a zemou. Na základe takto vypočítaných elektrických parametrov každého vodiča, je možné napríklad v prípade jednoduchého 110 kV vedenia zostaviť tri rôzne modely: model trojfázového vedenia bez uzemňovacieho lana, model trojfázového vedenia s uvažovaním uzemňovacieho lana – štvorvodičový model a model trojfázového vedenia s uvažovaním uzemňovacieho lana – trojvodičový model po eliminácii uzemňovacieho lana. V prípade každého z týchto modelov je možné dospieť k výrazne odlišným hodnotám vlastnej a vzájomnej rezistancie a indukčnosti. Nesprávna interpretácia získaných výsledkov, resp. nesprávne použitie týchto hodnôt však môže viesť k zásadným chybám vo výpočtoch elektrických veličín či už v ustálenom stave, alebo v prípade prechodných javov. Vynechanie vplyvu uzemňovacieho lana pri modelovaní vonkajšieho silového vedenia, resp. použitie trojvodičového modelu s uvažovaním uzemňovacieho lana (po eliminácii) v prípade dlhých vedení, kde sa neuvažuje s priebežným uzemňovaním uzemňovacieho lana, môže viesť k výrazným rozdielom v získaných výsledkoch výpočtov elektrických veličín pri analýze trojfázových nesymetrických sústav. Na druhej strane, v prípade analýzy prúdových a napäťových pomerov symetrických trojfázových sústav je vplyv uzemňovacieho lana na výsledky výpočtov minimálny.

#### POĎAKOVANIE

Túto prácu podporila Vedecká grantová agentúra Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky a Slovenskej akadémie vied grantom VEGA č. 1/0372/18.

#### LITERATÚRA

- [1] A. Margitová, M. Kolcun, M. Kanálik, and M. Kosterec, "Porovnanie metód na výpočet pozdĺžnej impedancie vedení," *ELEKTROENERGETIKA*, vol. 11, pp. 341–351, 2018.
- [2] L. Reiss, K. Malý, Z. Pavlíček, and F. Němeček, *Teoretická elektroenergetika I*, 2<sup>nd</sup> ed., Bratislava: Alfa, 1997.
- [3] A. Margitová, *Výpočet elektrických parametrov silových vedení*, Bakalárska práca. Košice: Technická univerzita v Košiciach, FEI, 2015.
- [4] J. R. Carson, "Wave Propagation in overhead wires with ground return," *Bell System Technical Journal*, vol. 5, pp. 539-554, 1926.
- [5] T. Theodoulidis, "On the Closed-Form Expression of Carson's Integral," *Periodica Polytechnica Electrical Engineering and Computer Science*, vol. 59, pp. 26-29, 2015.
- [6] A. Ramirez and F. Uribe, "A broad range algorithm for the evaluation of Carson's integral," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 22, pp. 1188-1193, 2007.
- [7] A. Deri, G. Tevan, A. Semlyen, and A. Castanheira, "The complex ground return plane. A simplified model for homogeneous and multi-layer earth return," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. PAS-100, pp. 3686-3693, 1981.
- [8] T. Noda, "A double logarithmic approximation of Carson's ground return impedance," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 21, pp. 472-479, 2005.
- [9] J. Harangozo, *Vonkajšie vedenia*, Učebný materiál. Prešov: SPŠE, 2008, 57 s.
- [10] H. W. Beaty, *Handbook of electric power calculations*, 3<sup>rd</sup> ed., McGraw-Hill, 2001, 529 s.
- [11] Y. Hase, *Handbook of power systems engineering*, John Wiley & Sons, 2007, 577 s.

#### ADRESY AUTOROV

Anastázia Margitová, Technická Univerzita Košice, Katedra elektroenergetiky, Mäsiarska 74, Košice, SK 04210, Slovenská republika, [Anastazia.Margitova@tuke.sk](mailto:Anastazia.Margitova@tuke.sk)  
 Martin Kanálik, Technická Univerzita Košice, Katedra elektroenergetiky, Mäsiarska 74, Košice, SK 04210, Slovenská republika, [Martin.Kanalik@tuke.sk](mailto:Martin.Kanalik@tuke.sk)  
 Michal Kolcun, Technická Univerzita Košice, Katedra elektroenergetiky, Mäsiarska 74, Košice, SK 04210, Slovenská republika, [Michal.Kolcun@tuke.sk](mailto:Michal.Kolcun@tuke.sk)