

Pavol Fedor, Daniela Perduková  
**Fuzzy inverzné riadenie**

Predložený príspevok sa zaoberá metodikou získavania inverzného fuzzy modelu nelineárnej dynamickej sústavy, o ktorej máme len externé informácie ( t.j. namerané závislosti medzi vstupmi a výstupmi ) a ukazuje jednu z možností jeho využitia pre účely riadenia. Uvádzaná metodika je vysvetlená na nelineárnej sústave 1.rádu a v závere sú uvedené výsledky jej aplikácie pre riadenie pohonu s asynchrónnym motorom.

Kľúčové slová: fuzzy modelovanie, fuzzy riadenie, inverzný fuzzy model, asynchrónny motor

**I. ÚVOD**

Fuzzy prístup k popisu a riadeniu dynamických sústav zaznamenáva v poslednom období značný rozvoj. Jednou z možností ako riadiť, resp. regulovať systém je využiť znalosti a skúsenosti operátorov, ktorý daný systém poznajú. Tieto poznatky je možné ľahko previesť do riadiaceho algoritmu vo forme fuzzy pravidiel. Ďalšou možnosťou ako využiť fuzzy logiku pri regulácii je adaptívna fuzzy regulácia. Ide o známu regulačnú štruktúru doplnenú o fuzzy časť, ktorá nastavuje parametre regulátora, resp. upravuje štruktúru regulátora, teda adaptuje daný regulátor na potreby regulovaného systému [[1]]. Veľmi rozšíreným spôsobom riadenia je riadenie založené na fuzzy modeloch, kde poznáme riadenie na základe inverzného fuzzy modelu [2], [3], [6] alebo riadenie s predikciou [4], u ktorého je možné predikovať správanie sa systému, resp. konkrétnej veličiny. Tieto spôsoby riadenia majú mnoho modifikácií, ktoré sú závislé od konkrétnej aplikácie.

Článok sa zaoberá metodikou návrhu zjednodušeného fuzzy modelu nelineárnej dynamickej sústavy len na základe externých informácií (t.j. nameraných závislostí medzi vstupmi a výstupmi), návrhom inverzného fuzzy modelu danej sústavy a následne jeho použitím v regulačnej štruktúre.

**II. POPIS PROBLÉMU**

Predpokladajme, že hľadáme zjednodušený fuzzy popis nelineárnej dynamickej sústavy s jedným vstupom  $u$  a jedným výstupom  $y$ , ktorej popis je v tvare

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \mathbf{H}(u, x) \\ y &= x_1 \\ \mathbf{H} &= [h_1, h_2, \dots, h_n] \end{aligned} \tag{1}$$

kde funkcia  $\mathbf{H} = [h_1, h_2, \dots, h_n]^T$  je neznáma nelineárna spojité funkcia,  $\mathbf{x}$  je stavový vektor a  $n$  je rád sústavy. Predpokladajme, že sledovanou a meranou výstupnou veličinou sústavy je prvá stavová veličina, teda  $y = x_1$ . Túto sústavu chceme nahradiť zjednodušenou dynamickou sústavou 1. rádu v tvare

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(u, x) \\ y &= x \end{aligned} \tag{2}$$

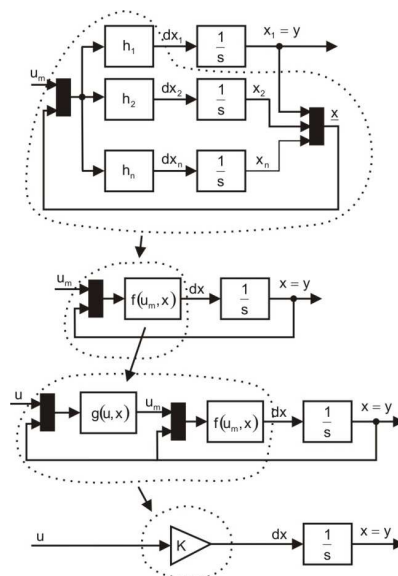
v ktorej  $f(u_m, x)$  je neznáma nelineárna funkcia, získaná vhodným meraním na sústave (1). Kritérium pre náhradu je čo najlepšia

podobnosť dynamických odoziev systémov (1) a (2) pre totožné vstupné veličiny  $u$ .

Ďalej hľadáme funkciu  $g(u, x)$  takú, ktorá vyhovuje nasledujúcej podmienke:

$$\dot{x} = f(g(u, x), x) = K \cdot u \tag{3}$$

Týmto postupom získame z nelineárneho systému (1) „približne“ lineárny systém, ktorého dynamiku (deriváciu) výstupnej veličiny  $y \equiv x$  vieme priamo riadiť vstupom  $u$ . Názorne ukazuje tento postup obr.1.



Obr.1 Postup fuzzy linearizácie nelineárneho systému s jedným vstupom a jedným výstupom

V [5] je ukázaný spôsob linearizácie nelineárnych systémov, ktoré sú popísané analyticky a z matematického popisu je možné vyjadriť požadované funkcie pre ich linearizáciu, tak ako je to znázornené na obr.1. Ak je systém ťažko matematicky popísateľný alebo sa vôbec nedá matematicky popísať, potom je nutné zvoliť inú metódu popisu sústavy. Jednou z možností identifikácie systému, t.j. získavania kvantitatívnych informácií o systéme je meranie jeho závislostí medzi vstupmi a výstupmi. V tomto prípade môžeme algoritmus celého postupu zhrnúť do nasledujúcich krokov:

- Z vhodne nameranej databázy vstupov a výstupov systému (1) určiť náhradnú funkciu  $f$  pre celý priestor vstupov a výstupov

- Z predpísanej žiadanej rovnice (3) a funkcie **f** určiť funkciu **g**, ktorá pokrýva celý pracovný priestor výstupu systému a jeho derivácie

### III. METODIKA URČENIA FUNKCIE $f(u_m, x)$ Z NAMERANEJ DATABÁZY

Základným predpokladom pre nasledujúcu identifikáciu sústavy (1) je, že je stabilná a pri konštantnom vstupe  $u_m$  sa jej výstup ustáli po doznení prechodových dejov na konštantnej hodnote  $y$ . To znamená, že z jedného nameraného prechodu sústavy (1) z ustáleného stavu A do iného ustáleného stavu B pri konštantnom vstupe  $u_m$  vieme určiť jednu reláciu medzi príslušnou trojicou hodnôt  $[u_m, y, \dot{x}]$ , čiže jeden bod funkcie **f**. Databáza nameraných údajov pre identifikáciu funkcie **f** by mala pokrývať celý pracovný priestor dvojíc  $[u_m, y]$ , čiže je potrebné namerať potrebné prechody medzi ustálenými stavmi v tomto priestore. Ak rozdelíme vstupný priestor  $u_m$  a tým aj priestor zodpovedajúcich ustálených výstupov (1) na  $n$  častí, potom počet potrebných nameraných odoziev bude rovný počtu variácií 2. triedy z  $n$  prvkov

$$V_2(n) = \frac{n!}{(n-2)!} \tag{4}$$

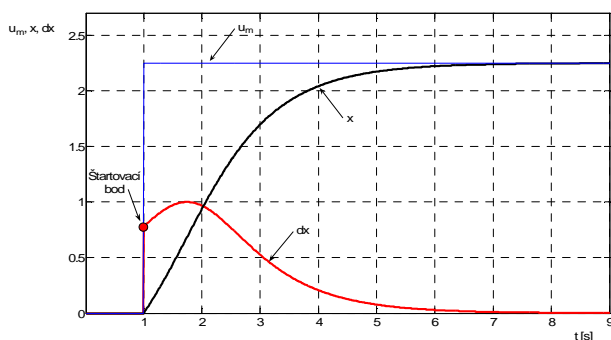
Poznamenajme, že zatiaľ čo os vstupnej veličiny  $u_m$  môžeme rozdeliť rovnomerne v celom rozsahu, os výstupnej veličiny  $y$  sa rozdelí vo všeobecnosti nerovnomerne podľa konkrétnej sústavy (1).

#### Príklad 1:

Uvažujme jednoduchý nelineárny systém 1. rádu v tvare

$$\dot{x} = \sin(u_m - x) \tag{5}$$

Definujme pracovný priestor pre vstup  $u_m = \langle 0; 3 \rangle$ . Rozdelíme tento rozsah na 5 úrovní a to  $[0; 0.75; 1.5; 2.25; 3]$ . V tomto prípade podľa vzťahu (4) je potrebné namerať 20 prechodov medzi ustálenými stavmi a z nich určiť identifikačné body pre funkciu **f**. Keďže ide o nelineárny systém 1. rádu, hodnotu  $dx$  (štartovací bod) sme určili pre každú dvojicu vstupov  $[u_m, x]$  jednoduchým spôsobom podľa obr.2



Obr.2 Detail prechodového deja

Množina identifikačných bodov systému (5), ktoré slúžia ako vrcholy jej fuzzy popisu, je uvedená v tabuľke 1.

Tab.1 Tabuľka identifikovaných bodov funkcie **f**

$u_m \backslash X$	0	0,75	1,5	2,25	3
0	0	-0,6816	-0,9975	-0,7781	-0,1411
0,75	0,6816	0	-0,6816	-0,9975	-0,7781
1,5	0,9975	0,6816	0	-0,6816	-0,9975
2,25	0,7781	0,9975	0,6816	0	-0,6816
3	0,1411	0,7781	0,9975	0,6816	0

Body na diagonále predstavujú doplnené hodnoty ustálených stavov systému.

Uvedená tabuľka slúži ako priamy podklad pre zostavenie fuzzy popisu (modelu) funkcie **f**, ktorú sme získali pomocou nástroja Anfisedit programu Matlab. Na generovanie fuzzy systému bola použitá metóda *Sub. Clustering* s nasledujúcimi parametrami:

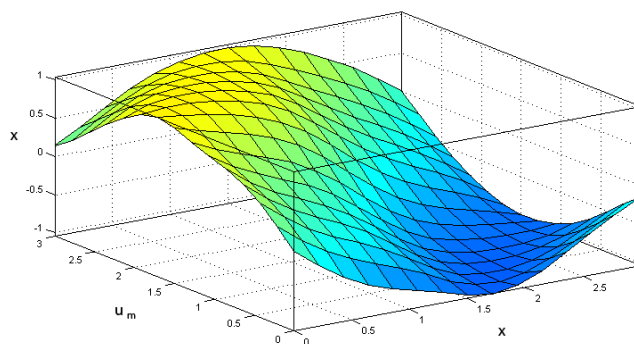
*Range of influence = 0,5*

*Squash factor = 1,25*

*Accept ratio = 0,5*

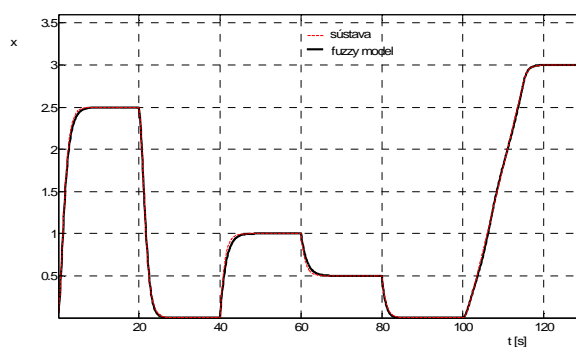
*Reject ratio = 0,15.*

Funkcia **f** je reprezentovaná fuzzy systémom typu Sugeno s 9 pravidlami, ktorého charakteristická plocha je zobrazená na obr.3.



Obr.3 Fuzzy model identifikovanej funkcie **f**

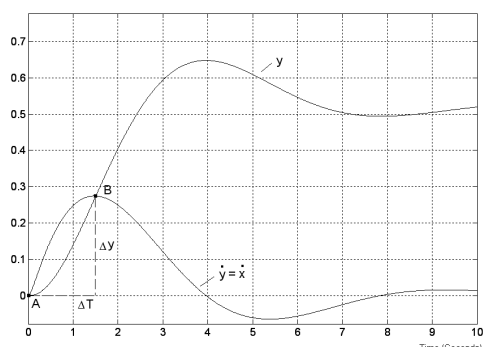
V tomto prípade bol nelineárny systém **Chyba! Nenašiel sa žiaden zdroj odkazov.5** 1. rádu identifikovaný rovnako systémom 1. rádu. Porovnanie odoziev pôvodného systému a jeho fuzzy náhrady podľa (2) na identifikované prechody je na obr.4.



Obr.4 Porovnanie dynamickej sústavy a jej fuzzy náhrady

Pretože systémy vyššieho rádu (1) obvykle aproximujeme systémom (2), ktorý je 1. rádu, je potrebné pre každú jednotlivú nameranú odozvu určiť čo najlepšie jej zodpovedajúcu hodnotu  $dx$ . Pri prechodovom deji systému vyššieho rádu môže časová odozva vyzeráť napríklad podľa obr.5, kde je ukázaný jeden z možných vhodných postupov ako získavať štartovací bod resp. hodnotu  $dx$ , ktorá reprezentuje požadovanú kvalitatívnu informáciu o systéme pre daný prechodový dej. Jeden z možných vhodných postupov je

ukázaný na obr.5, kde sa začiatok prechodu sústavy (1) z ustáleného bodu A nahradzuje takým konštantným zrýchlením  $dx = \Delta y / \Delta T$ , ktoré zodpovedá prechodu sústavy (2) do bodu B. Bod B sa volí ako prvý extrém priebehu  $dx$  po začiatku prechodu.



Obr.5 Určenie náhradného zrýchlenia sústavy na začiatku prechodu do nového ustáleného stavu

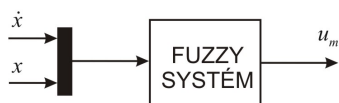
#### IV. METODIKA URČENIA FUNKCIE $g(u,x)$

Úlohou funkcie  $g$  je prispôbovať vstup  $u_m$  do nelineárnej sústavy tak, aby sa prvá derivácia výstupnej veličiny čo najviac zhodovala s riadiacim vstupom  $u$ . V predchádzajúcej kapitole je ukázané, ako získať na základe experimentálnych meraní fuzzy popis funkcie  $dx = f(u_m, x)$ . Z tejto relácie je potom možné určiť pre každú konkrétnu želanú hodnotu  $dx$  a daný výstup sústavy  $x$  zodpovedajúcu hodnotu  $u_m$ . Pre linearizáciu sústavy (1) určuje žiadané hodnoty  $dx$  rovnica (3), v ktorej zosilnenie  $K$  volíme obvykle tak, aby sa normoval rozsah reálnych hodnôt  $dx$  na rozsah riadiaceho signálu  $u$ .

#### Príklad 2:

Pre funkciu  $f$  z príkladu 1 hľadáme funkciu  $g$  takú, aby sme vstupom  $u$  priamo nastavovali  $dx$ , teda  $dx = u$ . Funkcia  $f$  je fuzzy systém definovaný plochou podľa obr.3.

Funkcia  $g$  je v podstate inverznou funkciou k funkcii  $f$  so vstupmi a výstupmi podľa obr.6



Obr.6 Štruktúra funkcie  $g(u,x)$

Pri tvorbe inverzného modelu funkcie  $f$  sa stretávame s problémom nejednoznačnosti určenia jeho bodov [7], pretože z grafu na obr. 7 môžeme vidieť, že pre jednu dvojicu  $[x, \dot{x}]$  existuje viacero hodnôt  $u_m$ .

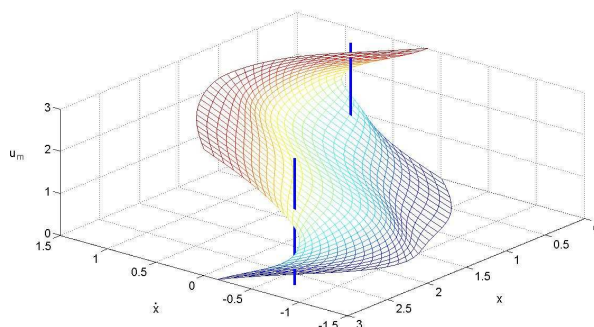
Riešením môže byť definovanie pracovných oblastí pre vstupy funkcie  $g$ , ktoré nebudú obsahovať body nejednoznačnosti. Rozsah  $u$  bude  $<-1, 1>$ , rozsah  $x$  predpokladajme  $<0, 3>$ .

Uvedené rozsahy rovnomerne rozdelíme na požadovaný počet pásem a zo známej relácie pre funkciu  $g$  zostavíme maticu bodov, ktorá slúži pre generovanie jej fuzzy popisu nástrojom *Anfisedit* programu Matlab. Na generovanie fuzzy systému bola použitá metóda *Sub. Clustering* s nasledujúcimi parametrami:

Range of influence = 0,5

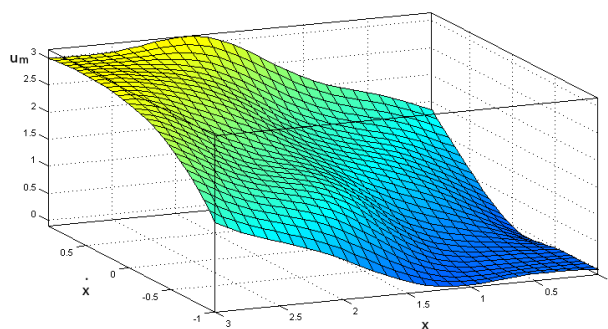
Squash factor = 1,25

Accept ratio = 0,5  
Reject ratio = 0,15.



Obr.7 Inverzná plocha fuzzy systému  $f$

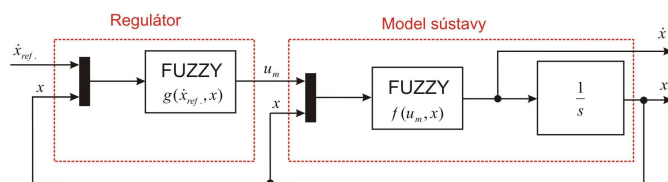
Funkcia  $g$  predstavuje fuzzy systém typu Sugeno s 9 pravidlami, ktorého charakteristická plocha je zobrazená na obr.8.



Obr.8 Plocha fuzzy systému odpovedajúca funkcii  $g$

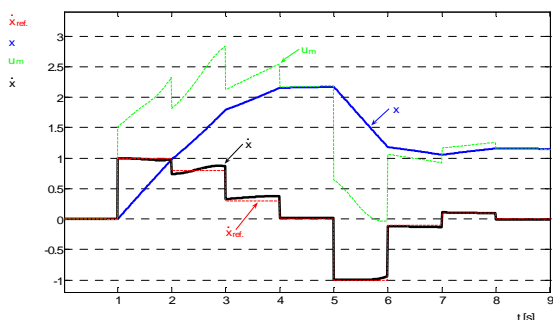
#### V. RIADENIE NA BÁZE INVERZNÉHO FUZZY MODELU

Základná myšlienka regulačnej štruktúry na báze inverzného fuzzy modelu je ukázaná na obr. 9. Nelinearita fuzzy systému  $f(u_m, x)$  sa kompenzuje nelineárnym fuzzy regulátorom  $g(dx_{ref}, x)$ .

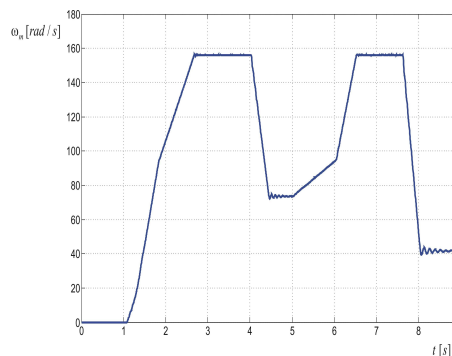


Obr.9 Regulačná štruktúra s inverzným fuzzy modelom

Vlastnosti uvedenej regulačnej štruktúry s inverzným fuzzy modelom pre reguláciu nelineárnej sústavy (5) boli overené simuláciami v programe Matlab na rôzne hodnoty žiadanej veličiny  $dx_{ref}$  (obr.10). V časovom intervale 2 až 4 sekundy vidieť malé odchýlky medzi žiadanou a skutočnou hodnotou derivácie stavovej veličiny, ktoré môžu byť spôsobené určitými nepresnosťami pri identifikácii sústavy a tiež nepresnosťami pri zostavovaní inverzného fuzzy modelu daného systému. Presnejším popisom fuzzy funkcie  $f(u_m, x)$  a takisto aj funkcie  $g(dx_{ref}, x)$  je možné tieto nedostatky odstrániť.



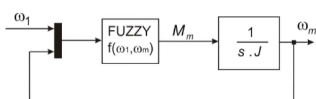
Obr.10 Vlastnosti regulačnej štruktúry s inverzným fuzzy modelom



Obr.14 Priebeh uhlovej rýchlosti asynchrónneho motora

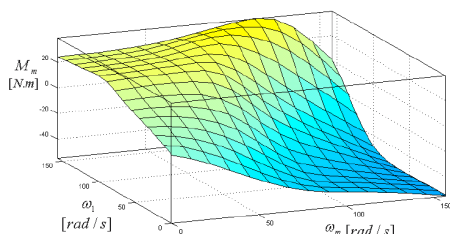
VI. EXPERIMENTÁLNE VÝSLEDKY

Uvedená metodika bola použitá na získanie fuzzy modelu pohonu s asynchrónnym motorom (pozri [8], [10]) s parametrami podľa prílohy. Štruktúra tohto modelu je na obr.11.



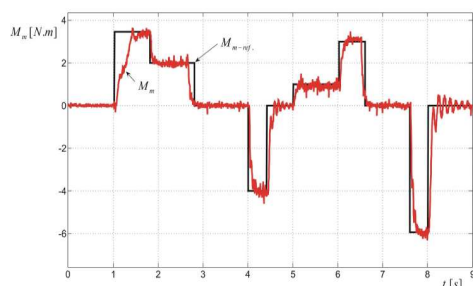
Obr.11 Štruktúra fuzzy modelu pohonu s asynchrónnym motorom

Funkcia f bola v tomto prípade tvorená fuzzy systémom typu Sugeno so siedmimi pravidlami, ktorého charakteristická plocha je na obr.12



Obr.12 Charakteristická plocha fuzzy náhrady asynchrónneho motora

Tento model bol použitý pre riadenie žiadaného momentu asynchrónneho motora prostredníctvom regulačnej štruktúry s inverzným fuzzy modelom (obr. 9). Typické namerané regulačné odozvy momentu sú na obr.13. Na obr. 14 je zobrazený priebeh uhlovej rýchlosti asynchrónneho motora zodpovedajúcej požadovanému momentu z obr.13. Podrobnejšie sú výsledky uvedené v práci [9].



Obr.13 Porovnanie nameraných odozvy momentu so žiadanými hodnotami

VII. ZÁVER

V článku je uvedený metodický postup získavania fuzzy modelu nelineárnej sústavy z nameraných údajov bez potreby poznať jej vnútornú štruktúru a parametre. Ukazuje sa, že tento postup je úplne algoritmizovateľný a získaný fuzzy model je možné použiť aj pre pomerne kvalitné riadenie zložitých nelineárnych systémov, akým je napr. aj pohon s asynchrónnym motorom.

LITERATÚRA

- [1] J. Abonyi, L. Nagy, F. Szeifert, „Adaptive Sugeno Fuzzy Control: A Case Study,“ Department of Chemical Engineering Cybernetics, University of Veszprém, Veszprém, H-8201, POB. 158, Hungary
- [2] J. Abonyi., H. Andersen, L. Nagy, F. Szeifert, „Inverse Fuzzy-Process-Model Based Direct Adaptive Control,“ Department of Chemical Engineering Cybernetics, University of Veszprém, Veszprém, H-8201, POB. 158, Hungary
- [3] J. Abonyi, L. Nagy, F. Szeifert, „Indirect Model Based Control Using Fuzzy Model Inversion,“ Department of Chemical Engineering Cybernetics, University of Veszprém, Veszprém, H-8201, POB. 158, Hungary
- [4] J. Abonyi, L. Nagy, F. Szeifert, „Fuzzy Model Based Predictive Control by Instantaneous Linearization,“ Department of Chemical Engineering Cybernetics, University of Veszprém, Veszprém, H-8201, POB. 158, Hungary
- [5] D. Perduková, P. Fedor, “The Simple Method of Fuzzy Linearization of an Asynchronous Motor“ In: Proc. of Int. Carpathian Control Conf. ICCS 2009. Zakopane, Poland, May 2009, pp. 367-370. ISBN 83-89772-51-5
- [6] R. Babuska, „Fuzzy Modeling for Control,“ Kluwer Academic Publishers, Boston, 1998, p.225
- [7] M. Setnes, R. Babuška, H. B. Verbruggen, „Complexity reduction in fuzzy modeling,“ IMACS Journal Mathematics and Computers in Simulation, 46 (1998), pp 507-516
- [8] P. Brandštetter, „AC control drives. Modern control methods,“ VŠB TU Ostrava, Ostrava, 1999
- [9] P. Macko, „Fuzzy modelovanie a riadenie mechatronických sústav,“ Dizertačná práca, FEI TUKE, 2008
- [10] J. Vittek, „New trends in electrical drives,“ Electrical engineering in practice. Vol. 13 (2003), pp. 8-11

ADRESY AUTOROV

Pavol Fedor, Technická Univerzita Košice, Katedra elektrotechniky, mechatroniky a priemyselného inžinierstva, Letná 9, Košice, SK 04200, Slovenská Republika, [pavol.fedor@tuke.sk](mailto:pavol.fedor@tuke.sk)  
 Daniela Perduková, Technická Univerzita Košice, Katedra elektrotechniky, mechatroniky a priemyselného inžinierstva, Letná 9, Košice, SK 04200, Slovenská Republika., [daniela.perdukova@tuke.sk](mailto:daniela.perdukova@tuke.sk)